

PHILOSOPHIE ET STATISTIQUES

“Il y a trois sortes de mensonges : les mensonges, les sacrés mensonges et les statistiques.”

Marc Twain

Le mot statistique vient de l'allemand (1785), lui même issu du latin moderne *statisticus* (relatif à l'état). A l'origine les statistiques concernaient les études méthodiques de faits sociaux (inventaires chiffrés, dénombrement, recensement...). Dès 1832, les statistiques recouvrent l'ensemble des techniques d'interprétation mathématique appliquées à des phénomènes pour lesquels une étude exhaustive de tous les facteurs est impossible, à cause de leur grand nombre ou de leur complexité.

Depuis le début du vingtième siècle, les mathématiques statistiques accompagnent les chercheurs, désormais obligés de passer sous les fourches caudines de Loi mathématique érigée en censeur.

Mais est-ce véritablement des mathématiques que sont issues ces prédictions, ces sondages, ces notions de risque ou de variabilité ? A regarder et à analyser de plus près cela ne semble pas être le cas. Les mathématiques considérées comme science de la quantité et de l'ordre perdent ici leur sens premier pour ne plus être que l'outil d'une science plus occulte et parfois divinatoire, que sont les statistiques.

Aujourd'hui, où nous disposons de moyens de calcul informatique de très haute performance, les statistiques s'adjugent une place plus philosophique à mi chemin entre la science et la conscience. Statistique sans conscience n'est que ruine de l'âme aurait pu énoncer Montaigne si cette science avait été de son temps.

Les statistiques, volontairement privées du mot mathématique, ne doivent plus être cet épouvantail à faire peur aux étudiants de tous poils. Bien au contraire, utilisées à juste titre, cette science de toutes les interrogations doit stimuler l'imagination, exciter la curiosité en un mot résoudre à la fois le physique et le métaphysique.

Le calcul statistique n'existant plus, il reste, et c'est l'essentiel, à se poser les bonnes questions et à choisir le bon test. Dans le cas contraire le calcul

aboutira à des chimères, des constructions virtuelles et improbables, des images extraordinaires dignes de romans d'anticipation qui donneront naissance à des mythes dont la ménagère de moins de cinquante ans reste le prototype le plus significatif.

On ne doit donc pas « faire » des statistiques pour les statistiques ou « faire plaisir » à un comité de lecture scientifique, mais pour parier sur un résultat, évaluer un risque en comprenant bien ce que veut dire « risque ». Si l'on annonce à un patient qu'il a 50% de chances de mourir et qu'il meurt, il ne mourra pas à 50% mais à 100%. On remarque en passant le caractère perfide du mot « chance » quand il s'agit de mourir.

Dans un même ordre d'idée une valeur chiffrée ne présente pas toujours la même signification, suivant le contexte, Ainsi :

Une intervention qui présente 50% de chance de réussite sera acceptée par un mourant qui voit là une chance sur deux de sauver sa vie.

Avec un pourcentage de réussite identique, l'intervention qui consiste à proposer à un boiteux, soit de marcher normalement si c'est un succès, soit de se retrouver paralysé si c'est un échec, sera discutée et analysée longuement.

Enfin, si l'on propose à une jeune femme une chirurgie esthétique mammaire dont le prix représente six mois de son salaire avec seulement une chance sur deux de succès, il est probable qu'elle refusera.

C'est en ce sens que les mathématiques statistiques abandonnent les mathématiques pour prendre une dimension plus humaine, mais aussi plus aléatoire.

VOCABULAIRE

Ces définitions ont pour objet d'aider à interprétation des mots et formules, parfois absconses, utilisés en statistique.

= Le hasard

La définition du hasard est autant philosophique que mathématique. Son existence est même mise en doute par certains physiciens et biologistes. Albert Einstein disait volontiers que le hasard n'existe pas « *Dieu ne joue pas aux dés* » répétait-il assez souvent, ce à quoi Niels Bohr lui répondait « *Albert, laisse Dieu décider seul de ce qu'il a à faire* ».

Sur un plan mathématique, le hasard nécessite l'indépendance absolue des séries tirées au sort, sur un plan biologique on doute de plus en plus du hasard et de la nécessité, quant au plan philosophique, le hasard peut prendre toutes les dimensions du réel au virtuel.

= Tirage au sort

Mode de recrutement d'une population au hasard, c'est-à-dire indépendant des paramètres étudiés. Le tirage au sort est le seul moyen d'établir un échantillon à partir d'une population donnée. Le Loto est l'exemple type du tirage au sort. La sélection de la boule par la machine ne dépend ni de sa forme, de son poids ou du numéro inscrit dessus.

= Sondage

La collecte d'informations concernant une population statistique peut être effectuée de façon exhaustive (totalité de la population), soit sur une fraction seulement de la population.

Les enquêtes exhaustives, ou recensements, consistent dans l'observation de la totalité des individus constituant la population. L'étude de l'ensemble des membres composant la fédération d'escrime est un recensement.

Les enquêtes ne portant que sur un échantillon représentatif de la population sont des « sondages ». Si l'on interroge que 100 escrimeurs pour déterminer le rapport hommes/femmes de la fédération, on effectue un sondage.

= Echantillon

Éléments d'une population tirés au sort. L'échantillon permet l'étude des caractères quantitatifs et qualitatifs d'une population. Plus il sera grand, plus la représentation de la population sera précise.

Lorsque l'on souhaite étudier les caractéristiques d'une population, il est exceptionnel que l'on puisse travailler sur l'ensemble de cette population. On ne dispose le plus souvent que d'un groupe extrait de cette population, c'est-à-dire un échantillon. Même si ce groupe extrait de la population est sélectionné de manière à être représentatif de la population, les caractéristiques de cet échantillon ne seront qu'un reflet plus ou moins exact, ou inexact, de cette population. L'écart entre les caractéristiques de la population et l'échantillon étudié fluctuera de façon plus ou moins importante suivant la taille de l'échantillon et les critères retenus pour sélectionner cet échantillon.

Les caractéristiques d'un échantillon dépendent essentiellement de celles prédéterminées dans la population que l'on souhaite étudier et du paramètre que l'on souhaite sélectionner. Prenons pour exemple une population de sportifs et de sportives pratiquant le judo.

Premier cas, on souhaite étudier la proportion d'hommes et de femmes composant cette population. Il est clair qu'un tirage au sort de sportifs pris au hasard constituera un échantillon d'excellente qualité.

Si p est la proportion d'hommes, on peut écrire $q = 1 - p$ pour caractériser la population féminine.

On suppose que la population est suffisamment importante pour que le tirage au sort (réalisé par exemple sur des numéros de licence) n'influe pas sur l'échantillon.

On réalise ainsi un échantillon de p_0 hommes et de q_0 femmes

$$q_0 = 1 - p_0$$

L'indice 0 signifie qu'il s'agit d'un signifiant observé

Deuxième cas. Il s'agit de la même population, mais cette fois l'on souhaite étudier le rapport taille/poids des athlètes. Compte tenu du fait que ce rapport n'est pas le même chez la femme que chez l'homme, on sera dans l'obligation de constituer deux échantillons, un pour chaque sexe concerné. Un résultat global serait une absurdité.

Dans ce cas on aura donc deux sous populations présentant chacune un pourcentage observé.

Deux grands problèmes peuvent se poser à l'expérimentateur :

Soit il souhaite connaître, à partir d'un échantillon, la composition de la population étudiée au risque qu'il aura défini.

Soit, à l'inverse, il connaît les caractéristiques de la population et cherche à évaluer la fluctuation d'échantillonnage d'un pourcentage observé.

= Fluctuation d'un échantillonnage

Le hasard de l'échantillonnage est susceptible de donner toutes les valeurs comprises en 0 et 1 (%), avec cependant des éventualités moins probables que d'autres. C'est à ce niveau qu'intervient le pari.

Le problème revient donc à étudier la correspondance entre un intervalle de pari et le risque qui lui est associé.

L'intervalle de pari est défini par un écart e autour de p ; Par exemple l'intervalle 45% - 55% autour de 50% est défini par l'écart $e = 5\%$ ($e = 0.05$).

= Ajustement à la population

Il s'agit d'une technique permettant d'ajuster l'échantillon à certaines données connues de la population. L'ajustement permet des comparaisons qui seraient impossibles sans sa mise en œuvre.

Exemple : On souhaite comparer la traumatologie du volley à celle du basket. Si les deux populations étaient homogènes il suffirait de comparer deux échantillons issus de ces populations.

Dans cet exemple, ce n'est pas le cas, la fédération de basket comprend 60% d'hommes et 40% de femmes alors que la fédération de volley comprend 50% d'hommes et de femmes. Sachant que le sexe est un élément important concernant la pathologie, la comparaison est impossible sans ajustement. La solution consiste à établir par tirage au sort deux échantillons de « même poids », c'est à dire comprenant la même proportion d'hommes et de femmes.

Les ajustements sont souvent réalisés pour l'âge, le sexe, le nombre d'années de pratique, le niveau...

= Probabilité

Les probabilités peuvent être définies comme le déterminisme du hasard. Elle rassemble l'ensemble des règles permettant de déterminer les chances de réalisation d'un événement, qu'une moyenne soit comprise dans un intervalle donné par exemple.

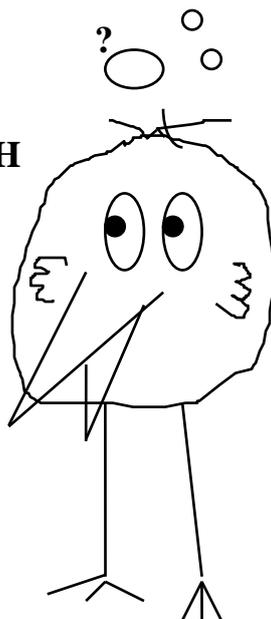
La probabilité d'un événement dépend de nombreux paramètres, mais le plus important semble bien être la **taille de la population**.

Probabilité et taille d'une population

La taille d'un échantillon prend toute sa dimension dans le principe n° 2 de la logique Shaddock qu'il convient de citer ici.

«Plus ça rate, plus on a de chance que ça réussisse » !

GA BO ZU MEUH



Ce principe concerne en fait la taille de la population et le mode de tirage au sort.

Considérons le tirage du Loto. A chaque tirage tous les chiffres présentent la même chance de sortir. Dans ce cas la probabilité du chiffre choisi reste la même.

Dans un domaine assez proche, une urne contenant 10 000 boules de couleur noire et autant de couleur blanche constitue une population suffisamment importante pour que même si le premier tirage n'est pas celui souhaité, la probabilité de tirer une boule de la couleur choisie reste pratiquement identique, c'est à dire une chance sur deux.

Le problème est tout différent quand la population est plus réduite. Supposons une urne contenant quatre boules blanches et quatre boules noires. Au premier tirage on a une chance sur deux de tirer la première boule $4/8 = 1/2$, ce qui n'est déjà plus le cas au deuxième tirage si celui-ci n'a pas amené le résultat escompté, il reste en effet une boule de plus dans la catégorie choisie et la probabilité de tirer une boule de ce type devient $4/7$.

Le principe Shaddock est donc véridique pour les petites populations

= Variabilité

En sciences de la vie la variabilité d'un caractère est la règle et non l'exception. La « **normalité** » d'un caractère est une chimère. Les statistiques ont pour but de définir cette variabilité en lui attribuant des limites « virtuelles », changeantes en fonction du risque que l'on prend pour situer le caractère dans une fourchette.

= Aveugle et double aveugle

Si le double aveugle existe, c'est que l'aveugle est borgne ! Un exemple résumera bien ce qu'est un test en double aveugle. On veut comparer deux traitements kinésithérapiques de l'entorse externe de la cheville.

Le premier examinateur, lorsqu'il reçoit un patient victime d'une entorse, tire au sort pour savoir quel traitement il appliquera.

Le deuxième examinateur n'intervient que pour évaluer les résultats du traitement trois semaines plus tard sans savoir quel traitement a été appliqué.

Dans ces conditions, et seulement dans ces conditions, les résultats pourront présenter une validité. Aucune influence de l'un ou de l'autre des examinateurs n'a interféré dans le processus thérapeutique et le recueil des données.

= Caractères quantitatif et qualitatif

Un caractère est dit quantitatif quand il peut être **mesuré**, il est qualitatif dans les autres cas. La longueur d'un saut est un caractère quantitatif, le type de perche utilisé pour le saut est un caractère qualitatif.

= Nature continue ou discrète d'un caractère

Il s'agit de « jargonage » statistique pour déterminer si un caractère peut prendre toutes les valeurs appartenant à son intervalle (continu) ou seulement des valeurs isolées (discret).

Exemple :

Le nombre de sportifs participant à une compétition est **discret** (on ne peut pas avoir 2,7 sportifs participant, seules les valeurs entières sont retenues), à l'inverse le poids de ces sportifs constitue un caractère **continu**, toutes les valeurs appartenant à l'intervalle considéré sont susceptibles d'être retenues.

CONCLUSION PATAPHYSICIENNE

“Les statistiques, c'est comme le bikini. Ce qu'elles révèlent est suggestif. Ce qu'elles dissimulent est essentiel.”

Aaron Lowenstein